

Allgemeine Hinweise: Geben Sie bei der Bearbeitung der Aufgaben erforderliche Zwischenschritte an. Stellen Sie Ihre Lösungen klar, übersichtlich und nachvollziehbar dar. Die Benutzung eines Taschenrechners ist gestattet.

I. Algebra

1. Faktorisieren Sie, d.h. formen Sie jeweils den Term in ein Produkt um, klammern Sie soviel wie möglich aus.

a) $36x^2 - 3x + 15xy$ b) $15a^2b - 12ab^3$

2. Faktorisieren Sie, indem Sie hier jeweils binomische Formeln anwenden.

a) $a^2 + 20a + 100$ b) $4x^2 - y^2$

3. Kürzen Sie die folgenden Bruchterme soweit wie möglich.

a) $\frac{45a^4 \cdot b}{35a^2 \cdot b^2}$ b) $\frac{4x^2 - 6xy}{2xy - 3y^2}$ (Tipp: Vorher im Zähler und Nenner geeignet ausklammern)

4. Vereinfachen Sie die Bruchterme und kürzen Sie ggf. soweit wie möglich.

a) $\frac{2x}{(y+5)^2} \cdot \frac{y+5}{x^2}$ b) $\frac{a-3}{7} - \frac{5-2a}{4}$

5. Lösen Sie die folgenden Gleichungen:

a) $7 \cdot (x - 4) = (6x - 10) - (2x - 3)$

b) $x^2 + 3x - 10 = 0$

6. Lösen Sie das folgende Lineare Gleichungssystem.

$$\text{I} \quad x + 7y = 19$$

$$\text{II} \quad 3x - 5y = -21$$

7. Addiert man zu einer Zahl das Doppelte einer zweiten Zahl, so erhält man 142. Dagegen ergibt sich 5, wenn das Fünffache der ersten Zahl von der zweiten Zahl subtrahiert wird.

Wie heißen diese Zahlen?

II. Geometrie

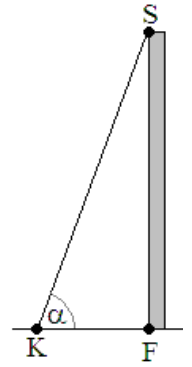
1. In einem Koordinatensystem bilden die Punkte A(1 | -2), B(4 | 1) und C(1 | 5) ein Dreieck $\triangle ABC$.

a) Zeichnen Sie dieses Dreieck in ein Koordinatensystem.

b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreieckes $\triangle ABC$. Messen Sie dazu zuvor die Länge der für Ihre Berechnungen erforderlichen Strecken. Markieren Sie diese Strecken auch in Ihrer Zeichnung.

c) Geben Sie die Koordinaten eines Punktes D so an, dass das Viereck ABCD ein Parallelogramm ist.

2. Ein Sendemast der Höhe $h = 40$ m soll durch ein Seil gesichert werden.
Das Seil soll vom Punkt S zum Punkt K so gespannt werden, dass der Abstand des Seilendes K zum Fuß F des Mastes genau 15 m beträgt.
- Berechnen Sie die Länge des Seils.
 - Berechnen Sie die Größe des Winkels α .



III. Ein Kunde möchte für einen Tag ein Auto mieten. Der Mietpreis setzt sich aus einem Grundpreis und einen kilometerabhängigen Entgelt zusammen. Dieser Kunde vergleicht die Angebote zweier Mietwagenfirmen:

Firma A → Grundgebühr: 40 €, Kosten pro Kilometer: 0,20 €

Firma B → Grundgebühr: 25 €, Kosten pro Kilometer: 0,30 €

Im Folgenden werden mit k zu fahrende Strecke (in km) und mit p der zu zahlende Mietpreis (in €) bezeichnet.

- Begründen Sie, dass für Firma A gilt: $p = 40 + 0,20 \cdot k$
Geben Sie auch eine Gleichung zur Berechnung des Mietpreises für Firma B an.
- Ein Kunde möchte 280 km fahren. Wie viel muss er dafür bei Firma B bezahlen.
- Ein anderer Kunde hat bei Firma A gemietet und soll dafür 110 € zahlen. Wie weit ist er gefahren.
- Ein Kunde möchte nun ein Auto mieten, ist sich aber nicht sicher, welche Firma er wählen soll. Beraten Sie diesen Kunden, begründen Sie Ihre Aussagen.

IV. In einem See verringert sich die Helligkeit (sog. Beleuchtungsstärke), je tiefer man in den See eintaucht. Untersuchungen zeigen, dass bei Zunahme der Wassertiefe um einen Meter die Beleuchtungsstärke um 25 % abnimmt. An der Wasseroberfläche (also in der Wassertiefe 0 m) zeigt der Beleuchtungsmesser eine Beleuchtungsstärke von 3200 Lux.

- Wie groß ist die Beleuchtungsstärke in 1 m, 2 m, 3 m bzw. 4 m Wassertiefe?
Fassen Sie die Ergebnisse auch in einer Tabelle zusammen und stellen Sie diese dann in einem geeigneten Koordinatensystem graphisch dar.
- Stelle Sie eine Gleichung zur Berechnung der Beleuchtungsstärke B in der Wassertiefe x m auf.
Berechnen Sie die Beleuchtungsstärke in 15 m Wassertiefe.
- Jemand behauptet: „In 2,4 m Tiefe hat sich die Beleuchtungsstärke halbiert.“
Wie groß ist nun die Beleuchtungsstärke in 4,8 m Wassertiefe?

Eignungsprüfung Mathematik:
Musterlösung

$$\text{I. 1. a) } 36x^2 - 3x + 15xy = \underline{\underline{3x \cdot (12x - 1 + 5y)}}$$

$$\text{b) } 15a^2b - 12ab^3 = \underline{\underline{3ab \cdot (5a - 4b^2)}}$$

$$\text{2. a) } a^2 + 20a + 100 = \underline{\underline{(a + 10)^2}}$$

$$\text{b) } 4x^2 - y^2 = \underline{\underline{(2x - y) \cdot (2x + y)}}$$

$$\text{3. a) } \frac{45a^4b}{35a^2b^2} = \frac{\cancel{5} \cdot 9 \cdot \cancel{a^2} \cdot a^2 \cdot \cancel{b}}{\cancel{5} \cdot 7 \cdot \cancel{a^2} \cdot \cancel{b} \cdot b} = \underline{\underline{\frac{9a^2}{7b}}}$$

$$\text{b) } \frac{4x^2 - 6xy}{2xy - 3y^2} = \frac{2x(2x - 3y)}{y(2x - 3y)} = \underline{\underline{\frac{2x}{y}}}$$

$$\text{4. a) } \frac{2x}{(y+5)^2} \cdot \frac{y+5}{x^2} = \frac{\cancel{2x} \cdot (y+5)}{(y+5)^2 \cdot \cancel{x^2}} = \underline{\underline{\frac{2}{(y+5) \cdot x}}}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{a-3}{7} - \frac{5-2a}{4} &= \frac{4 \cdot (a-3)}{28} - \frac{7 \cdot (5-2a)}{28} \\ &= \frac{4a-12}{28} - \frac{35-14a}{28} = \frac{4a-12 - (35-14a)}{28} \\ &= \frac{4a-12-35+14a}{28} = \underline{\underline{\frac{18a-47}{28}}} \end{aligned}$$

$$5. a) 7 \cdot (x-4) = (6x-10) - (2x-3) \quad -2-$$

$$7x - 28 = \underline{6x - 10} - \underline{2x + 3}$$

$$7x - 28 = 4x - 7 \quad | -4x$$

$$3x - 28 = -7 \quad | +28$$

$$3x = 21 \quad | :3$$

$$\underline{\underline{x = 7}}$$

b) $x^2 + 3x - 10 = 0$ [quadratische Gleichung \rightarrow Lösungsformel!]

$$x_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (-10)}$$

$$= -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 10}$$

$$= -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4}} = -\frac{3}{2} \pm \frac{7}{2}$$

$$x_1 = -\frac{3}{2} + \frac{7}{2}$$

$$x_2 = -\frac{3}{2} - \frac{7}{2}$$

$$\underline{\underline{x_1 = 2}}$$

$$\underline{\underline{x_2 = -5}}$$

6. I $x + 7y = 19$ [z.B. Einsetzungsverfahren]
 II $3x - 5y = -21$

"I nach x": $x + 7y = 19 \quad | -7y$
 $\underline{\underline{x = 19 - 7y}} \quad (*)$

"x in II": $3 \cdot (19 - 7y) - 5y = -21$
 $57 - 21y - 5y = -21$
 $57 - 26y = -21 \quad | -57$
 $-26y = -78 \quad | :(-26)$
 $\underline{\underline{y = 3}}$

"y in (*)": $x = 19 - 7 \cdot 3$
 $\underline{\underline{x = -2}}$

7. x ... erste Zahl
y ... zweite Zahl

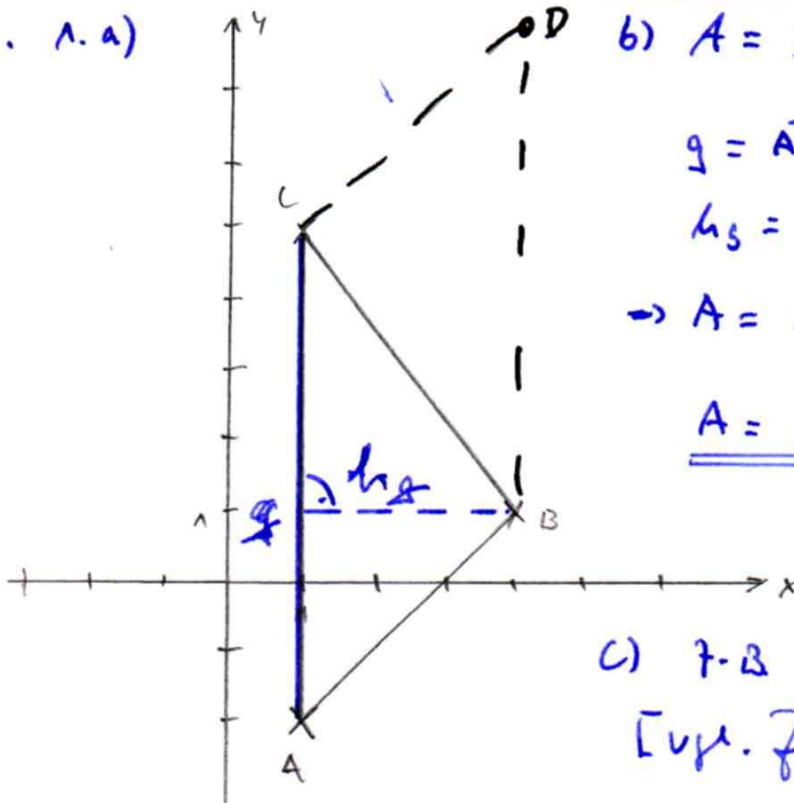
$$\text{I} \quad x + 2y = 142$$

$$\text{II} \quad y - 5x = 5$$

Dieses Gleichungssystem kann mit dem Einsetzungsverfahren gelöst werden (Vgl. 6.).

$$\dots \Rightarrow \underline{x = 12} \quad \underline{y = 65}$$

II. 1. a)



b) $A = \frac{1}{2} g \cdot h_g$

$g = AC = 7 \text{ cm}$

$h_g = 3 \text{ cm}$

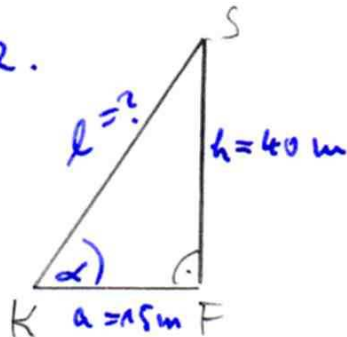
$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot 7 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}$

$A = 10,5 \text{ cm}^2$

c) $F-B \quad D(4|8)$

[vgl. Zeichnung]

2.



Satz des PYTHAGORAS

$$l^2 = h^2 + a^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$l = \sqrt{(40 \text{ m})^2 + (15 \text{ m})^2}$$

$$l = \sqrt{1600 \text{ m}^2 + 225 \text{ m}^2} = \sqrt{1825 \text{ m}^2}$$

$l = 42,7 \text{ m}$

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{a} = \frac{40 \text{ m}}{15 \text{ m}} \rightarrow \tan(\alpha) = 2,6$$

$\alpha = 69,4^\circ$

IV.

a) $x \dots$ Wassertiefe [m]

$y \dots$ Beleuchtungsstärke [Lux]

-5-

x [m]	y [Lux]
0	3.200
1	2.400
2	1.800
3	1.350
4	1.012,5

Nebenrechnung

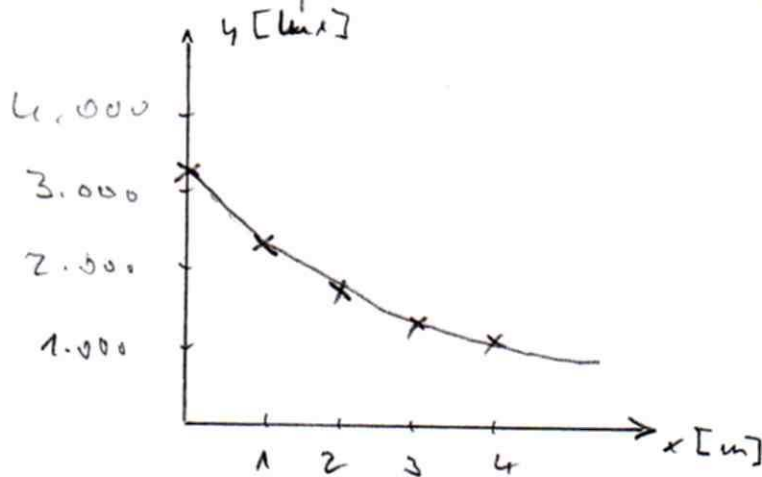
75% von 3200:

$$\frac{3200}{100} \cdot 75 = 32 \cdot 75 = 2.400$$

75% von 2.400:

$$\frac{2400}{100} \cdot 75 = 1.800$$

usw.



b) $y = 3.200 \cdot 0,75^x$

$$x=15 \rightarrow y = 3.200 \cdot 0,75^{15}$$

$$y = 3.200 \cdot 0,0133$$

$$\underline{\underline{y = 42,8}}$$

c) Sie ist halb so groß wie in
2,4 m Tiefe, also ein Viertel
des Wertes an der Wasseroberfläche
(800 Lux)